
Kinematyka wybranych manipulatorów z przegubami posiadającymi więcej niż jeden stopień swobody

Krzysztof Feja¹

Streszczenie

Artykuł porusza tematykę kinematyki manipulatorów posiadających złącza o więcej niż jednym stopniu swobody. Złącza takie powszechnie występują w świecie biologicznym (staw barkowy, biodrowy, nadgarstkowy) natomiast w robotach przemysłowych są rzadko stosowane, a jeśli już takie złącza występują, to mają charakter pasywny, czyli nie są wyposażone w napędy. W referacie przedstawiono wyniki symulacji manipulatorów 3DOF, 4DOF i 5DOF zawierających przegub kulowy lub przegub Cardana. Artykuł zawiera również dokładną analizę odwrotnego zadania kinematyki dla manipulatora o czterech stopniach swobody.

1. WPROWADZENIE

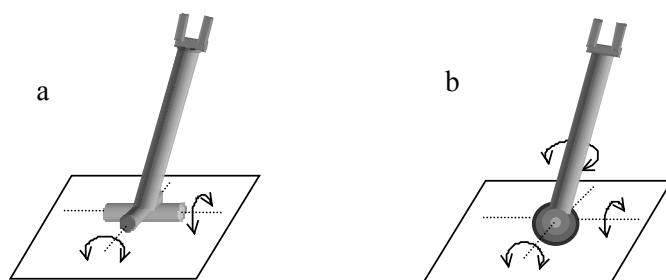
Obserwując naturę można zauważyć, że w przyrodzie bardzo często występują przeguby o więcej niż jednym stopniu swobody mechanicznej (*ang. skrót DOF*) np. staw barkowy, staw nadgarstkowy, staw biodrowy. Jeśli przyjrzeć się klasyfikacjom robotów prezentowanych w klasycznych podręcznikach robotyki (np. [1], [5]) można zaobserwować tam struktury zawierające wyłącznie złącza obrotowe i liniowe o jednym stopniu swobody. Zatem dotychczasową klasyfikację manipulatorów przemysłowych na: kartezyjskie, cylindryczne, sferyczne, typu SCARA i stawowe należałoby uzupełnić o manipulatory zawierające złącza typu 2DOF i 3DOF, a mianowicie o roboty zawierające ramię wyposażone w przegub krzyżakowy Cardana lub przegub kulowy (rys. 1.).

Przestrzeń robocza manipulatora wyposażonego w jeden przegub Cardana albo przegub kulowy jest wycinkiem sfery. Zwiększenie przestrzeni roboczej do wycinka kuli można osiągnąć przez zastosowanie dodatkowego przegubu liniowego (jak pokazano to na rysunku 2a) lub rozbudowanie łańcucha o kolejną parę kinematyczną (rys. 2b, rys. 2c). Konfiguracje takie mogą być wykorzystywane do zmiany położenia lub zmiany orientacji efektora. Mają szansę stać się powszechne we wszelkiego rodzaju robotach kroczących i manipulacyjnych.

¹Politechnika Łódzka, Instytut Automatyki, ul. Stefanowskiego 18/22, 90-924 Łódź, tel. (+42) 636 76 44, fax (+42) 631 25 51, e-mail: kfeja@o2.pl

Praca naukowa finansowana ze środków na naukę w latach 2006-2008 jako projekt badawczy.

Warto analizować możliwości budowania aktywnych połączeń ruchowych zapewniających więcej niż jeden stopień swobody mechanicznej. Wymaga to jednak odejścia od klasycznej konstrukcji złącza robota, o którym zakładało się, że musi zapewniać dużą sztywność we wszystkich kierunkach, poza jednym. Napęd o dwóch lub trzech stopniach swobody można zbudować w oparciu o sztuczne mięśnie [2],[3]. Niewątpliwie trudnym zagadnieniem jest sterowanie takimi złączami, dlatego podjęte zostały badania, których część prezentuje ten referat.

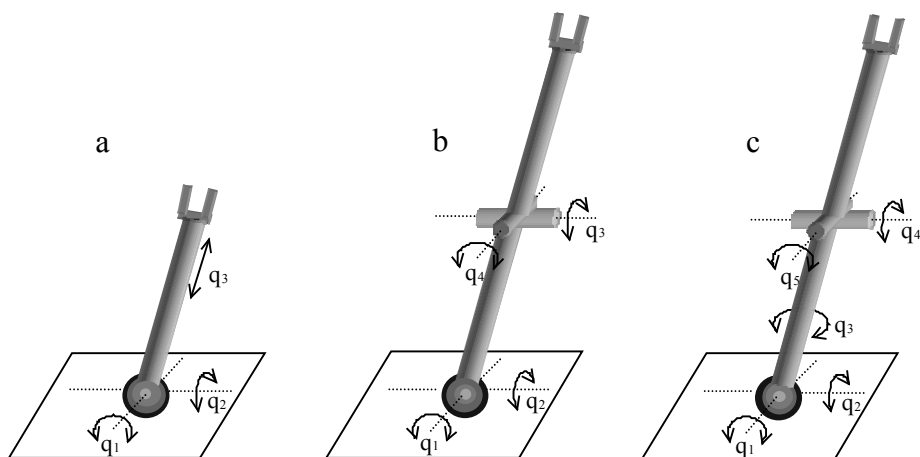


Rys. 1. Schemat kinematyczny manipulatora z przegubem:
a – krzyżakowym, b – kulowym

2. SYMULACJE KOMPUTEROWE

Przed przystąpieniem do sterowania rzeczywistym manipulatorem przeprowadzone zostały symulacje komputerowe z wykorzystaniem dwóch narzędzi inżynierskich: pakietu *Matlab* z biblioteką *Robotics*, programu *RoboWorks*.

Symulacjom poddano trzy typy manipulatorów zawierających złącza o więcej niż jednym stopniu swobody: 3DOF, 4DOF (2DOF+2DOF) i 5DOF (3DOF+2DOF). Struktury kinematyczne tych robotów przedstawiono na rysunku 2.



Rys. 2. Schematy kinematyczne symulowanych manipulatorów
a – 3DOF, b – 4DOF, c – 5DOF

Tab. 1. Parametry kinematyczne symulowanych manipulatorów

Manipulator 3DOF					Manipulator 4DOF					Manipulator 5DOF				
i	θ_i	d_i	a_i	α_i	i	θ_i	d_i	a_i	α_i	i	θ_i	d_i	a_i	α_i
1	0^*	0	0	$\pi/2$	1	0^*	0	0	$\pi/2$	1	0^*	0	0	$\pi/2$
2	$\pi/2^*$	0	0	$\pi/2$	2	0^*	0	l_1	0	2	$\pi/2^*$	0	0	$\pi/2$
3	0	l_1^*	0	0	3	0^*	0	0	$-\pi/2$	3	0^*	0	l_1	$-\pi/2$
					4	0^*	0	l_2	0	4	$-\pi/2^*$	0	0	$-\pi/2$
										5	0^*	0	l_2	0

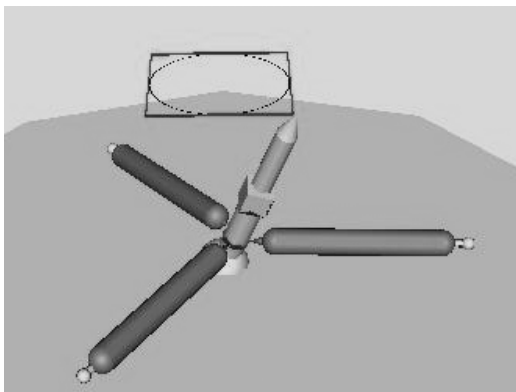
Przy użyciu programu *Matlab* wygenerowano odpowiednie trajektorie kartezjańskie oraz odpowiadające im trajektorie zmiennych złączowych. Program *RoboWorks* umożliwił stworzenie wirtualnego obiektu oraz wizualizację poprawności realizacji wygenerowanych trajektorii.

Poniżej zestawione zostaną wyniki przeprowadzonych symulacji przedstawiające dla każdej z badanych struktur kinematycznych: model utworzony w programie *RoboWorks* z zaznaczoną trajektorią efektora oraz wykresy wygenerowanych trajektorii zmiennych złączowych.

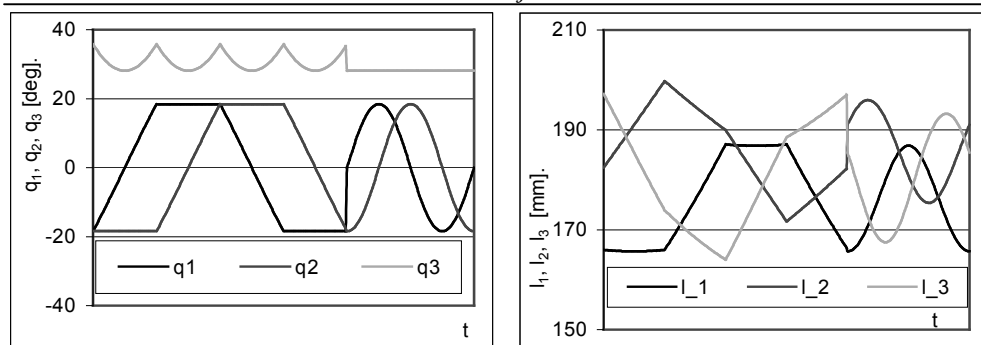
Założeniem konstrukcyjnym napędu pierwszego przegubu było wykorzystanie trzech mięśni pneumatycznych rozmieszczonych co 120^0 . Koncepcja ta znalazła odwzorowanie w symulacjach komputerowych. Wykonane w *RoboWorks* modele manipulatorów uzupełnione zostały o napędy mięśniowe współpracujące z pierwszym ramieniem. Pociągnęło to również za sobą konieczność wygenerowania (przy pomocy *Matlaba*) dodatkowych przebiegów określających zmiany długości i orientacji tych napędów.

2.1. Manipulator 3DOF (2DOF + 1DOF)

Manipulator 3DOF składa się z przegubu kulowego (w którym aktywne są tylko dwa stopnie swobody) i złącza liniowego. Symulacje przeprowadzono dla trajektorii kartezjańskiej w postaci kwadratu i wpisanego weń okręgu, leżących w płaszczyźnie równoległej do podłoża (rys. 3).



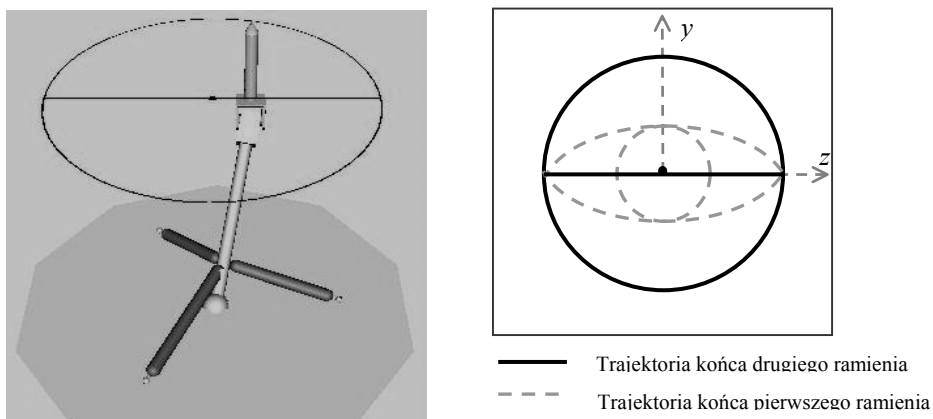
Rys. 3. Model manipulatora 3DOF z zaznaczoną trajektorią efektora



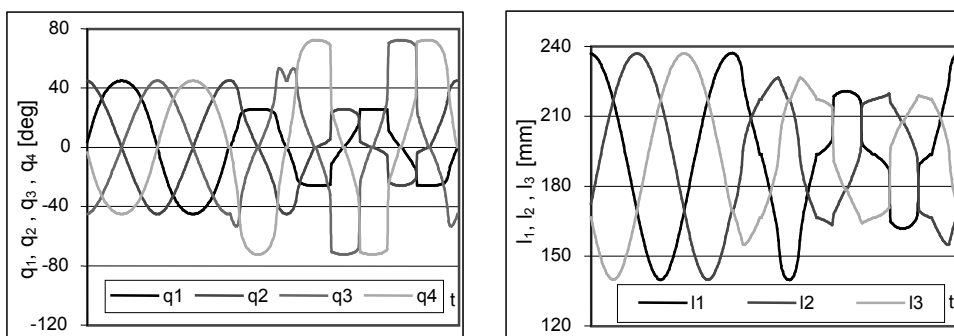
Rys. 4. Wykres zmian zmiennych złączowych i odpowiadających im długości mięśni (3DOF)

2.2. Manipulator 4DOF (2DOF+2DOF)

Zastępując w strukturze 3DOF złącze liniowe przegubem Cardana uzyskujemy manipulator o czterech stopniach swobody. W przypadku tego robota zadanie symulacyjne polegało na zakreśleniu przez końcówkę: okręgu (ze stałą orientacją), odcinka prostoliniowego stanowiącego średnicę oraz osiągnięcie punktu będącego środkiem okręgu dla wszystkich możliwych orientacji efektora (rys. 5).



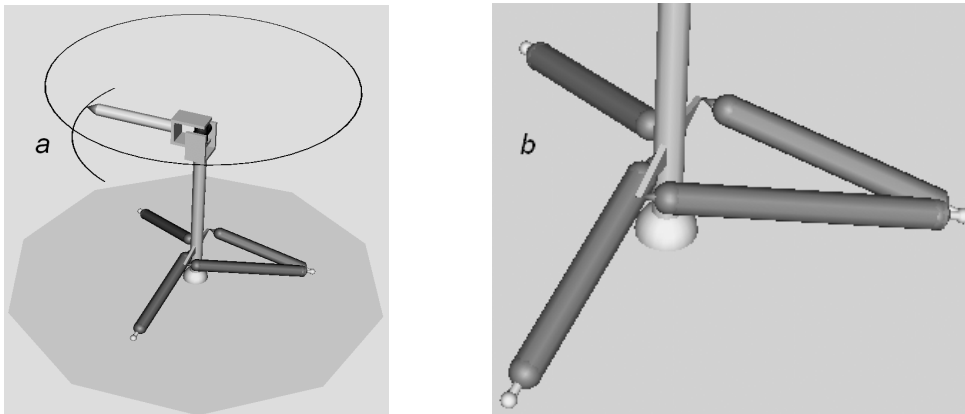
Rys. 5. Model manipulatora 4DOF z zaznaczoną trajekcją efektora



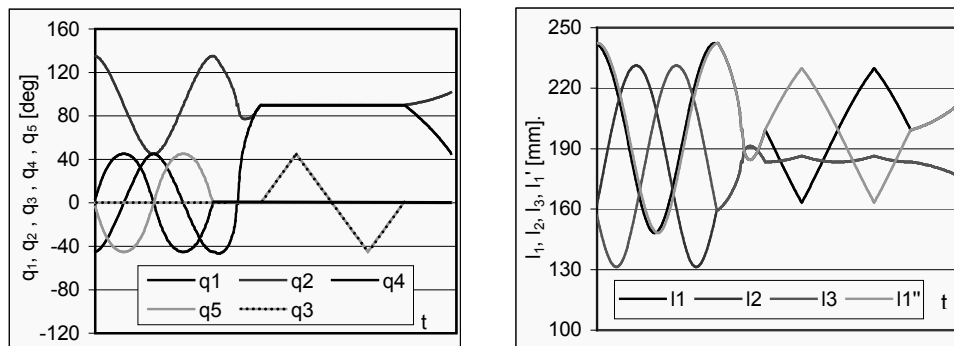
Rys. 6. Wykres zmian zmiennych złączowych i odpowiadających im długości mięśni (4DOF)

2.3. Manipulator 5DOF (3DOF+2DOF)

Aby można kontrolować obrót manipulatora (5DOF) wokół osi przegubu kulowego (zmienna q_3), przynajmniej jeden z mięśni napędzających go (np. l_1) musi być zastąpiony dwoma mięśniami (l_1 i l_1') o różnych punktach zaczepienia napędu z ramieniem (rys. 7b). Dla robota 5DOF zasymulowano generowanie trajektorii składającej się z okręgu (jak w punkcie 2.2.) oraz ćwiartki okręgu realizowanej z wykorzystaniem zmian tylko zmiennej złączowej q_3 (rys. 7a).



Rys. 7. Model manipulatora 5DOF z zaznaczoną trajekcją efektora



Rys. 8. Wykres zmian zmiennych złączowych i odpowiadających im długości mięśni (5DOF)

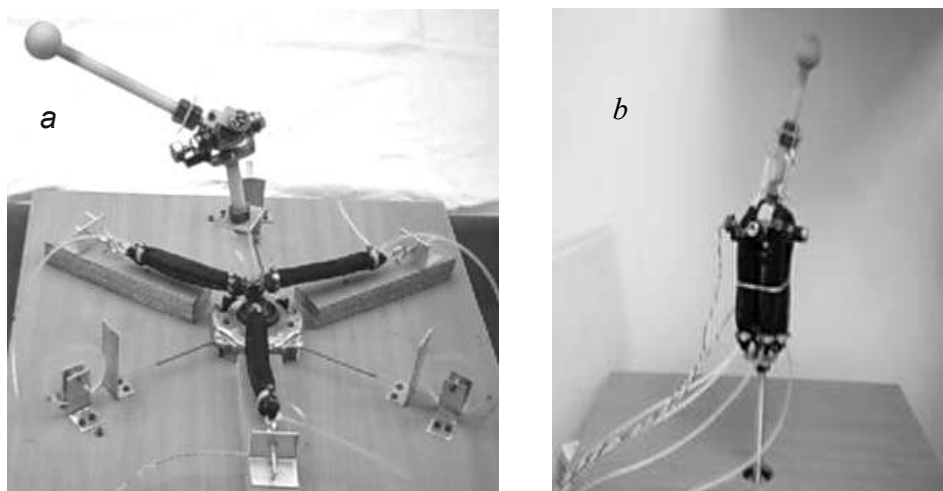
Symulowane struktury, o więcej niż jednym stopniu swobody w pojedynczym przegubie, charakteryzują się prostymi parametrami kinematycznymi (wiele elementów zerowych). Funkcje zawarte w bibliotece *Robotics*, liczące proste i odwrotne zadanie kinematyki dla badanych modeli metodą iteracyjną, działały sprawnie.

W przeprowadzonych symulacjach największym kłopotem było wyznaczanie bieżącej długości i orientacji mięśni w kolejnych chwilach czasu. W obliczeniach tych parametrów, należało (stosując proste zadanie kinematyki) wyznaczać współrzędne punktów styczności mięśni z przegubem z uwzględnieniem

grubość ramienia. Następnie, wykorzystując odwrotne zadanie kinematyki, wyliczyć długości i kąty położenia mięśni. W rzeczywistym obiekcie problem jest mniej skomplikowany, ponieważ kierunek mięśni jest naturalnie przyjmowany dzięki ich elastyczności.

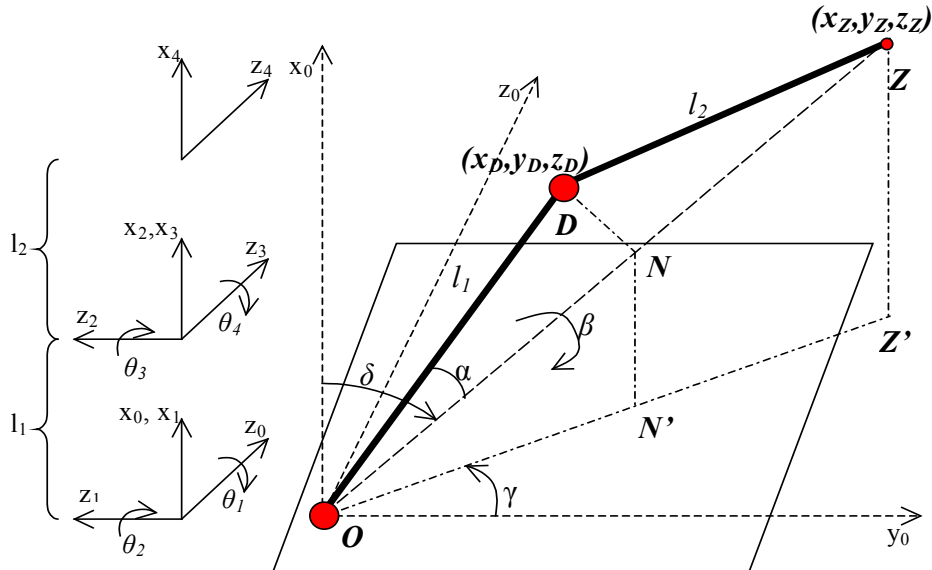
3. MANIPULATOR 4DOF (2DOF + 2DOF)

Pozytywne wyniki symulacji były przyczynkiem stworzenia rzeczywistej wersji manipulatora 4DOF (rys. 9). Przegub kulowy cechuje się możliwością zastosowania ramienia dwustronnego (przedłużenie ramienia wzdłuż osi przegubu na jego drugą stronę). Umożliwia to zamocowanie napędów po spodniej stronie płyty stanowiącej bazę robota. Rozwiązanie takie zapewnia dodatkowo zmniejszenie wpływu grawitacji. Dodatkowo eliminuje kolizyjność w przestrzeni roboczej ramienia i poprawia estetykę konstrukcji. Z powodu istotnych zalet koncepcja ta znalazła zastosowanie w ostatecznej wersji manipulatora 4DOF (rys. 9b). W manipulatorze tym jako napęd pierwszego przegubu (kulowego) wykorzystano trzy mięśnie pneumatyczne MAS-40-500 (wyprodukowane w Zakładzie Sterowania Robotów PŁ) rozmieszczone co 120° po spodniej stronie podstawy robota. Drugie złącze (Cardana) napędzają cztery mięśnie D-20 (produkcji *Shadow*) przymocowane wzdłuż pierwszego ramienia.



Rys. 9. Manipulatory 4DOF
a – wersja pierwsza, b – wersja ostateczna

Na rysunku 10 przedstawiono schematycznie strukturę kinematyczną badanego manipulatora 4DOF wraz z układami współrzędnych związanymi z kolejnymi ogniwami. Parametry kinematyczne zgodne z notacją D-H zestawione zostały w tabeli 1.



Rys. 10. Schemat kinematyczny manipulatora 4DOF

3.1. Proste i odwrotne zadanie kinematyki (4DOF)

Proste zadanie kinematyki nie stanowi problemu i można je rozwiązać w sposób klasyczny wyznaczając macierz transformacji z układu 4 do 0.

$${}^0T_4 = {}^0T_1 {}^1T_2 {}^2T_3 {}^3T_4 = A_1 A_2 A_3 A_4 \quad (1)$$

Znacznie trudniejszy jest problem kinematyki odwrotnej. Aby zadanie to było rozwiązywalne narzucony punkt musi należeć do przestrzeni roboczej manipulatora. Dla rozważanego manipulatora 4DOF przestrzeń ta z zewnątrz ograniczona jest sferą o promieniu $l_1 + l_2$, a z wewnątrz sferą o promieniu $l_1 - l_2$. Zatem istnienie rozwiązania zadania odwrotnego wymusza spełnienie następujących zależności:

$$\|OZ\| \leq l_1 + l_2 \quad \text{i} \quad \|OZ\| \geq l_1 - l_2, \quad \text{gdzie: } \|OZ\| = \sqrt{x_Z^2 + y_Z^2 + z_Z^2} \quad (2)$$

Konfiguracja łańcucha kinematycznego manipulatora 4DOF zapewnia wygodne przemieszczanie efektora w dużej przestrzeni roboczej. Jednak cztery stopnie swobody mechanicznej nie dają możliwości wyboru dowolnej orientacji końcówki przy zadanym położeniu. Więc formułując odwrotne zadanie kinematyki sensowniej jest narzucać jedynie współrzędne punktu, który ma zostać osiągnięty. Jednak, jak można zaobserwować na rysunku 10, pojawi się wówczas problem niejednoznaczności rozwiązania. Możemy, bowiem utworzyć nieskończoną liczbę trójkątów DOZ obróconych wokół odcinka OZ i spełniających przyjęte założenie. Aby rozwiązanie zadania kinematyki odwrotnej było jednoznacznym, należy

oprócz narzucenia współrzędnych punktu Z podać jeszcze wartość kąta β określającego obrót punktu D wokół odcinka OZ .

Rozwiązując zagadnienie kinematyki odwrotnej wygodnie jest znać współrzędne końca pierwszego ramienia (punkt D), dlatego teraz zostanie przedstawiony algorytm postępowania przy wyznaczaniu współrzędnych punktu $D(x_D, y_D, z_D)$ przy zadanym położeniu punktu $Z(x_Z, y_Z, z_Z)$ i kącie obrotu β .

Dla układu z rysunku 10 prawdziwe są następujące zależności:

$$\begin{aligned} \|OD\| &= l_1 & \|DZ\| &= l_2 & \|OZ\| &= \sqrt{x_Z^2 + y_Z^2 + z_Z^2} \\ \sin \gamma &= \frac{z_Z}{\sqrt{y_Z^2 + z_Z^2}}; & \cos \gamma &= \frac{y_Z}{\sqrt{y_Z^2 + z_Z^2}} \\ \sin \delta &= \frac{\sqrt{y_Z^2 + z_Z^2}}{\sqrt{x_Z^2 + y_Z^2 + z_Z^2}}; & \cos \delta &= \frac{x_Z}{\sqrt{x_Z^2 + y_Z^2 + z_Z^2}} \\ \cos \alpha &= \frac{l_1^2 + x_Z^2 + y_Z^2 + z_Z^2 - l_2^2}{2l_1 \sqrt{x_Z^2 + y_Z^2 + z_Z^2}} & \sin \alpha &= \sqrt{1 - \cos^2 \alpha} \end{aligned} \quad (3)$$

Wektor $\overrightarrow{OD} = [x_D \ y_D \ z_D]^T$ można przedstawić jako wektor $\overrightarrow{OX} = [l_1 \ 0 \ 0]^T$ poddany kolejno czterem obrotom wokół bieżących osi:

$$R(x, \gamma) R(z, \delta) R(x, \beta) R(z, -\alpha) = R \quad (4)$$

Możemy to zapisać symbolicznie w postaci $\overrightarrow{OD} = R \cdot \overrightarrow{OX}$ lub dokładniej:

$$\begin{bmatrix} x_D \\ y_D \\ z_D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} l_1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} l_1 r_{11} \\ l_1 r_{21} \\ l_1 r_{31} \end{bmatrix} \quad (5)$$

Zatem aby wyznaczyć współrzędne punktu D wystarczy znaleźć trzy elementy (pierwsza kolumna) macierzy rotacji R (r_{11} , r_{21} , r_{31}). Relacja pomiędzy współrzędnymi punktu D a wartościami kątów γ , δ , α i kąta obrotu β ma postać:

$$\begin{bmatrix} x_D \\ y_D \\ z_D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} l_1 (\cos \delta \cos \alpha + \sin \delta \cos \beta \sin \alpha) \\ l_1 (\cos \gamma \sin \delta \cos \alpha - \cos \gamma \cos \delta \cos \beta \sin \alpha + \sin \gamma \sin \beta \sin \alpha) \\ l_1 (\sin \gamma \sin \delta \cos \alpha - \sin \gamma \cos \delta \cos \beta \sin \alpha - \cos \gamma \sin \beta \sin \alpha) \end{bmatrix} \quad (6)$$

Aby uzyskać ostateczne równanie opisujące zależność współrzędnych punktu D od współrzędnych punktu Z i kąta obrotu β należy w równaniu (6) uwzględnić wzory (3) na sinusy i kosinusy kątów γ , δ , α .

Mając wyznaczone współrzędne punktu D oraz zakładając zmienność kątów $\theta_1, \theta_2, \theta_3, \theta_4 \in (-\pi/2 ; \pi/2)$, można już łatwo znaleźć rozwiązanie odwrotnego zadania kinematyki. I tak, wzory na θ_1, θ_2 przyjmują postać:

$$\theta_1 = \arcsin \frac{y_D}{l_1 \cos \theta_2} = \arcsin \frac{y_D}{\sqrt{l_1^2 - z_D^2}} \quad (7)$$

$$\theta_2 = \arcsin \frac{z_D}{l_1} \quad (8)$$

Pozostałe dwa kąty złączowe (θ_3, θ_4) można wyznaczyć z analogicznych zależności. W tym celu należy określone w układzie bazowym współrzędne wektora $\overrightarrow{DZ} = [x_{Z'}, y_{Z'}, z_{Z'}]^T = [x_Z - x_D, y_Z - y_D, z_Z - z_D]^T$ wyrazić w układzie związanym z drugim złączem jako $[x_{DZ}, y_{DZ}, z_{DZ}]^T$. Opisuje to wzór:

$$\begin{bmatrix} x_{Z'} \\ y_{Z'} \\ z_{Z'} \end{bmatrix} = {}^0R_2 \begin{bmatrix} x_{DZ} \\ y_{DZ} \\ z_{DZ} \end{bmatrix} \quad (9)$$

Macierz rotacji 0R_2 jest podmacierzą macierzy transformacji jednorodnej 0T_2 wyznaczanej podczas rozwiązywania kinematyki prostej i wynosi:

$${}^0R_2 = \begin{bmatrix} c_1 c_2 & -c_1 s_2 & s_1 \\ s_1 c_2 & -s_1 s_2 & -c_1 \\ s_2 & c_2 & 0 \end{bmatrix} \quad (10)$$

gdzie skrótowo oznaczono $s_i = \sin(\theta_i)$, $c_i = \cos(\theta_i)$. Przekształcając równanie (9) otrzymujemy wzory na współrzędne wektora \overrightarrow{DZ} określone w układzie 2:

$$\begin{bmatrix} x_{DZ} \\ y_{DZ} \\ z_{DZ} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_1 c_2 & s_1 c_2 & s_2 \\ -c_1 s_2 & -s_1 s_2 & c_2 \\ s_1 & -c_1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{Z'} \\ y_{Z'} \\ z_{Z'} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_1 c_2 x_{Z'} + s_1 c_2 y_{Z'} + s_2 z_{Z'} \\ -c_1 s_2 x_{Z'} - s_1 s_2 y_{Z'} + c_2 z_{Z'} \\ s_1 x_{Z'} - c_1 y_{Z'} \end{bmatrix} \quad (11)$$

Wykorzystując uzyskane wyniki można wyznaczyć zmienne złączowe θ_3 i θ_4 :

$$\theta_3 = \arcsin \frac{y_{DZ}}{\sqrt{l_2^2 - z_{DZ}^2}} \quad (12)$$

$$\theta_4 = \arcsin \frac{z_{DZ}}{l_2} \quad (13)$$

Sprawdzenia poprawności otrzymanych wyników dokonano według schematu:

$$(x_Z, y_Z, z_Z) \xrightarrow{\text{kinematyka odwrotna}} (\theta_1, \theta_2, \theta_3, \theta_4) \xrightarrow{\text{kinematyka prosta}} (x_Z, y_Z, z_Z)$$

4. PODSUMOWANIE

Zaprezentowana analiza zagadnień kinematyki jest częścią szerszych badań nad sterowaniem manipulatorów posiadających złącza o więcej niż jednym stopniu swobody. Sprawdzając się w świecie biologicznym, struktury takie w połączeniu z pneumatycznymi napędami mięśniowymi mają szansę stać się popularne również w dziedzinie robotów kroczących i manipulacyjnych.

LITERATURA

- [1] J.J. Craig. *Wprowadzenie do robotyki. Mechanika i sterowanie*. Warszawa WNT 1995.
- [2] K. Feja, E. Jezierski, P. Riabcew. *Napęd mięśniowy przegubu o dwóch stopniach swobody*. Mat. VIII Krajowej Konferencji Robotyki tom 2, Polanica Zdrój, czerwiec 2004, s. 253–262.
- [3] K. Feja, M. Kaczmarek, P. Riabcew. *Manipulators driven by pneumatic muscles*. Proc. 8th Int. Conference on Climbing and Walking Robots Clawar, Londyn 2005, s. 775–782.
- [4] E. Jezierski: *Dynamika robotów*. Warszawa, WNT 2006.
- [5] A. Morecki, J. Knapczyk. *Podstawy robotyki. Teoria i elementy manipulatorów i robotów*. Warszawa WNT 1999.
- [6] T. Zielińska. *Maszyny kroczące. Podstawy, projektowanie, sterowanie i wzorce biologiczne*. Wydawnictwo Naukowe PWN 2003.

KINEMATICS OF MANIPULATORS HAVING JOINTS WITH MORE THAN ONE DEGREE OF FREEDOM

This article is bringing up the subject matter of the kinematics of manipulators having joints with more than one degree of freedom. Such connectors commonly appear in biological world (hip, carpal, shoulder joint), but in industrial robots are very rarely applied. In the report are shown results of simulations for 3DOF, 4DOF and 5DOF manipulators, containing the ball-and-socket joint or the Cardan joint. Moreover, the paper contains analysis of forward and inverse kinematics for a manipulator with four degrees of the freedom.